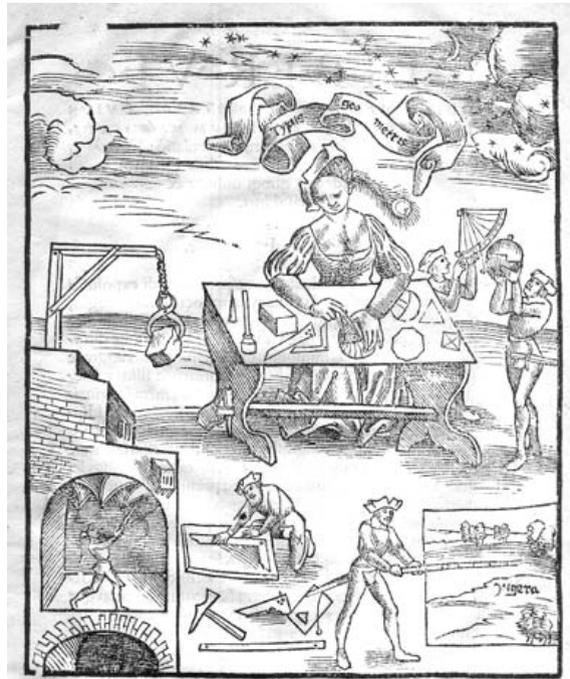


## Geometrische Spurensuche

Mathematik, Euklidische Geometrie, Euklidischer Raum, Differentialgeometrie

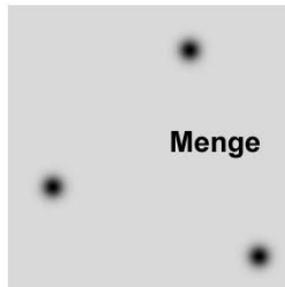


Gregor Reisch: *Typus Geometricus* aus *Margarita Philosophica*, 1508

Imagine the purely physical world. This would have to be a giant aggregate composed of all the physical stuff in the universe. There is nothing nonphysical in this, but most philosophers prefer a less amorphous characterization; they begin with all physical objects, or all particles, or all space-time points. ... To add even this small amount of structure - the differentiation of the amorphous mass into individuals of some kind - is already to broach the mathematical. If we were to consider the mass of physical stuff divided into finite collections, everyone would agree that we have more than the physical. ...The only way to confine ourselves to the purely physical is to refrain from any differentiation whatsoever.

die Orientierung in der Welt ist unausweichlich verknüpft mit dem Mathematischen als ein strukturierendes Differenzieren

Maddy, P.: *Mathematical Realism*, Midwest Studies in Philosophy, 12, p.282



mathematische Grundstrukturen

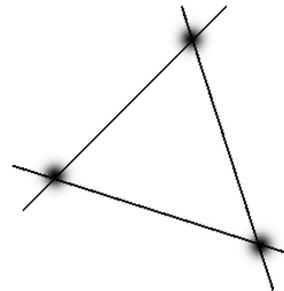
**relationale Strukturen**  
hierarchisches Anordnen von Elementen



**algebraische Strukturen**  
operationales Anordnen von Elementen



**topologische Strukturen**  
räumliches Anordnen von Elementen

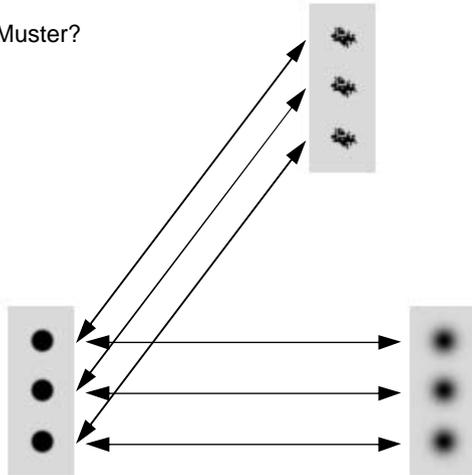


*Eine Menge ist eine Zusammenfassung von bestimmten, wohlunterschiedenen Objekten unserer Anschauung oder unseres Denkens zu einem Ganzen.*

Georg Cantor

Die Mathematik als eine Wissenschaft von den Mustern basiert auf der körperlichen und geistigen Wahrnehmung der Welt und ist damit eine zutiefst menschliche Schöpfung.

Muster?



3

abstrakte Bezeichnung für  
die Struktur des Drei-Seins

das quantitative Muster wird  
zum Wissen über die  
Mengen

*Die Essenz der Mathematik liegt nicht in der Zahl als Mittel zur Bestimmung des Wieviels vergleichbar dem Gebrauch von Zahlen in den Naturwissenschaften. Das Mathematische ist eine grundsätzliche Haltung welche wir gegenüber Dingen einnehmen und daher die Grundvoraussetzung für jede Form des Wissens.*

Heidegger, M.: *Die Frage nach dem Ding*, Max Niemeyer Verlag, 1962, p.54

**mathema**

das Gelernte, die Kenntnis

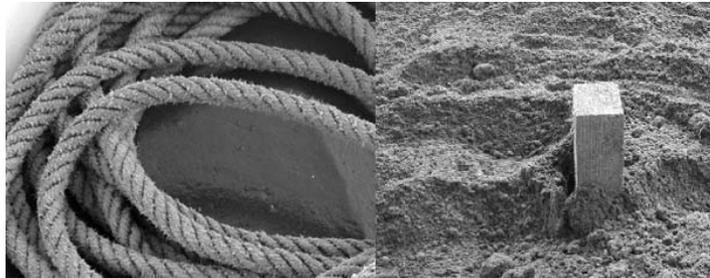
Wissen als das sich stabilisierende Gleiche  
im sich kontinuierlich Wandelnden



**das Mathematische als geistiges  
Erfassen und Bezeichnen einer  
regelhaften Innerlichkeit**

**Geometrische Spurensuche**

**in der klassischen Geometrie  
spiegelt sich das wahrgenommene  
Raumbild wider als regelhaftes  
Konstrukt basierend auf den  
Werkzeugen der Raumvermessung**



Zirkel und Lineal als abstrahierte Werkzeuge der Erd-Vermessung

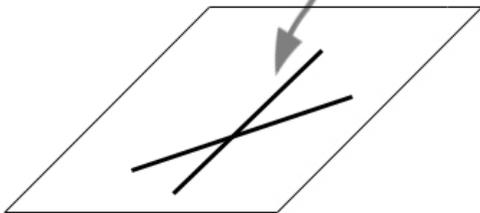
↓  
die Geometrie Euklids als Geometrie des  
handwerklichen Konstruierens

### Postulate der Euklidschen Geometrie

1. Es soll gefordert werden, daß sich von jedem Punkte nach jedem Punkte eine gerade Linie ziehen lasse.
2. Ferner, daß sich eine begrenzte Gerade stetig in gerader Linie verlängern lasse.
3. Ferner, daß sich mit jedem Mittelpunkt und Halbmesser ein Kreis beschreiben lasse.
4. Ferner, daß alle rechten Winkel einander gleich seien.
5. Endlich, wenn eine Gerade zwei Geraden trifft und mit ihnen auf derselben Seite innere Winkel bildet, die zusammen kleiner sind als zwei Rechte, so sollen die beiden Geraden, ins Unendliche verlängert, schließlich auf der Seite zusammen treffen, auf der die Winkel liegen, die zusammen kleiner sind als zwei Rechte (Parallelpostulat)

## Postulate

Interpretation



Die Postulate der Geometrie erzeugen in der Ebene eine Ordnungsstruktur, sind als abstraktes Muster aber grundsätzlich unabhängig von dieser konkreten Realisation!

**Der Begriff der Euklidischen Geometrie hat keinen Bezug zur äusseren Form, sondern steht in Beziehung zur inneren Form**

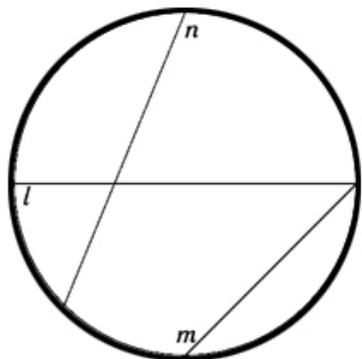
**eine Diskussion der Form in Bezug auf die Euklidische Geometrie ist daher sinnlos**

**Struktur  $\neq$  Menge**

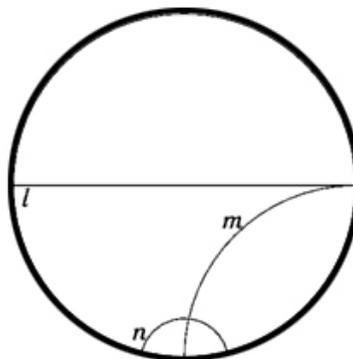
### Postulate der Hyperbolischen Geometrie

- 1...4 siehe Euklidische Geometrie
5. Zu einem Punkt ausserhalb einer Geraden existieren mindestens zwei Parallelen.

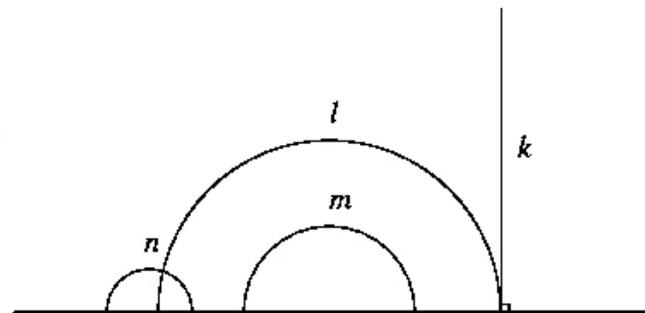
Klein - Beltrami - Modell



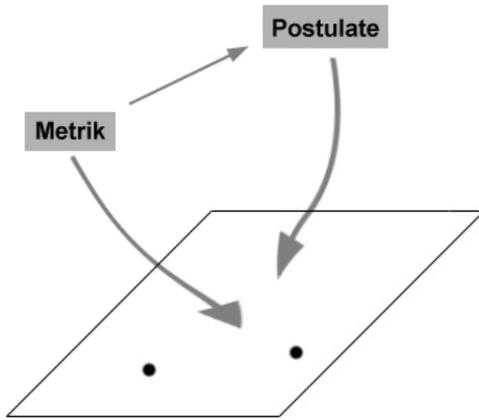
Poincare - Modell



Obere Halbebene - Modell



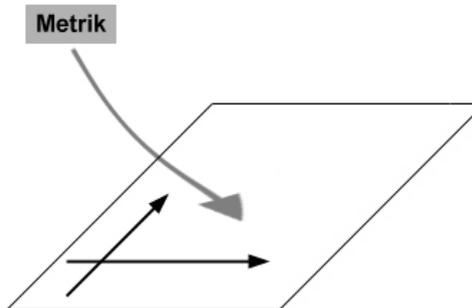
die unterschiedlichen Interpretationen sind strukturell gleichwertig und daher aus intrinsischer Sicht ununterscheidbar



die morphologische Differenzierung der Interpretationen beruht auf dem Abstandsbegriff als eine Eigenschaft der Modellmenge

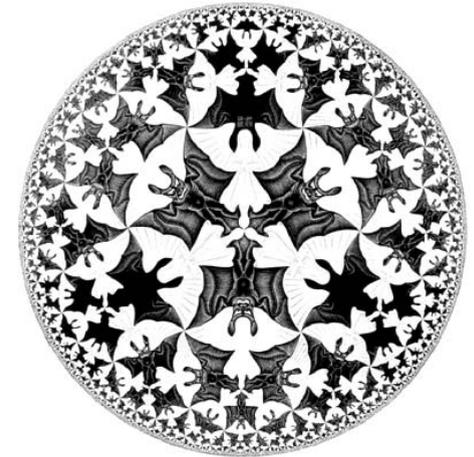


**Euklidischer Raum**  
Ebene mit Standardmetrik



durch den Euklidische Raum wird ein Modellraum beschrieben, durch die Euklidische Geometrie eine Struktur die im Euklidischen Raum realisiert werden kann, d.h.

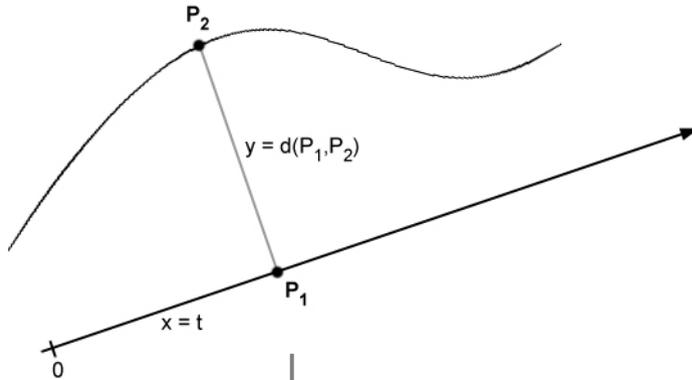
**Euklidischer Raum  $\neq$  Euklidische Geometrie**



Maurits Cornelis Escher: *Circle Limit IV*, 1960

$$f(x) = y$$

das Vorhandensein einer Metrik erlaubt  
die funktionale Beschreibung von Kurven  
durch dynamischen Vergleich



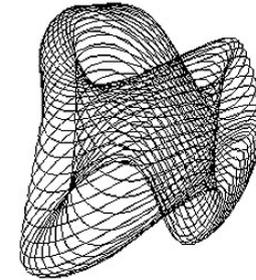
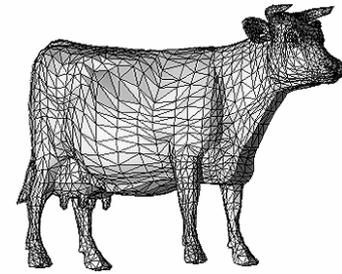
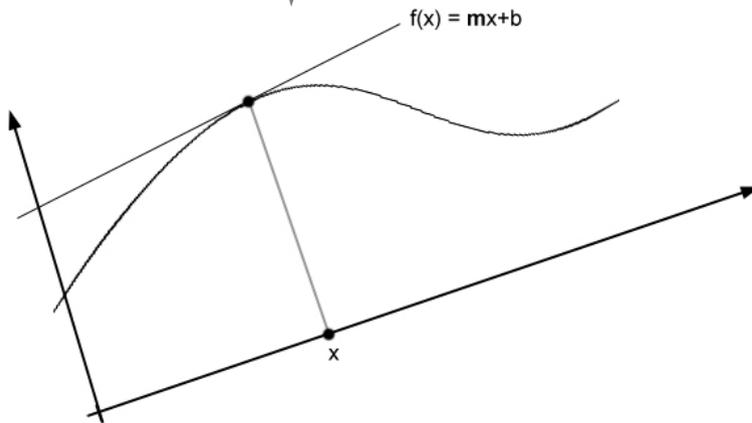
Entwicklung analytischer Methoden zur  
Untersuchung von Funktionen durch die  
Differential- und Integralrechnung

**Differentialgeometrie**

die gesamte Computergrafik basiert auf  
der Beschreibung von Formen mittels  
differentialgeometrischer Methoden

Spline  
Blob  
Morphing  
Keyframing  
Kinematics  
...

**die architektonische Formgenerierung  
ist durch die Anwendung des CAAD in  
den Euklidischen Raum eingebettet!**



## Geometrische Spurensuche

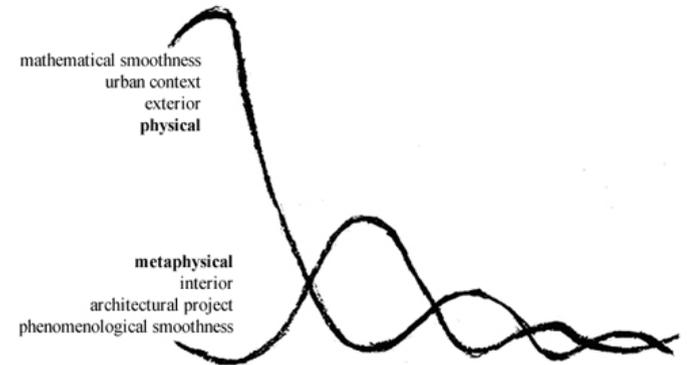
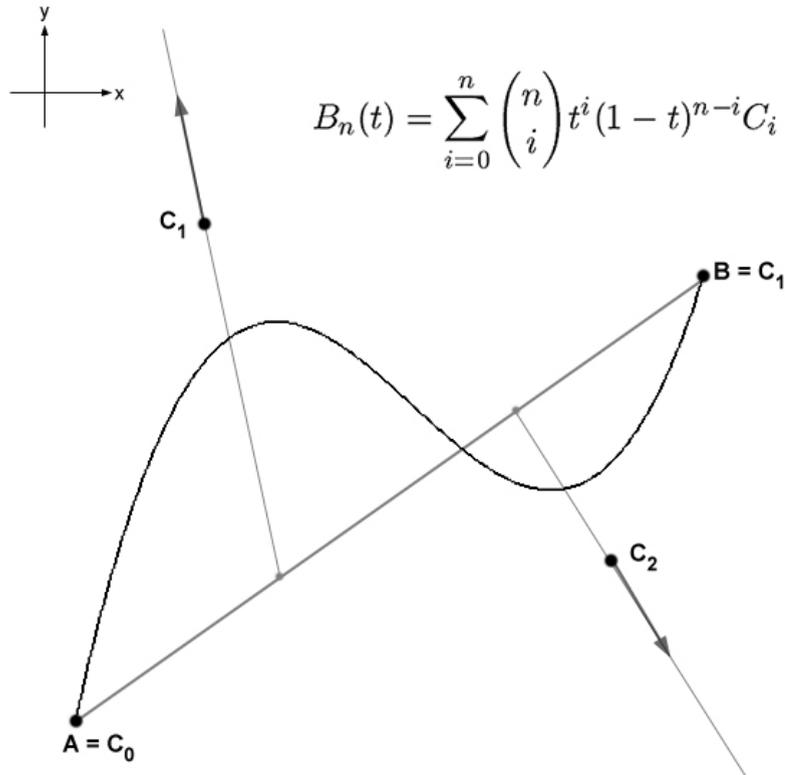
[Topology is] a flexible system for the organization of disparate elements within continuous spaces defined as a surface composed of splines ... [Therefore] one of the first principles of topological entities is that because they are defined by calculus they take the shape of a multiplicity, meaning they are composed of a continuous stream of relative values.

Greg Lynn: *Architectural Curvilinear*



Smoothing does not eradicate differences but incorporates free intensities through fluid tactics of mixing and blending. ... Deleuze describes smoothness as 'the continuous variation' and the 'continuous development of form'. ... Pliancy allows architecture to become involved in complexity through flexibility.

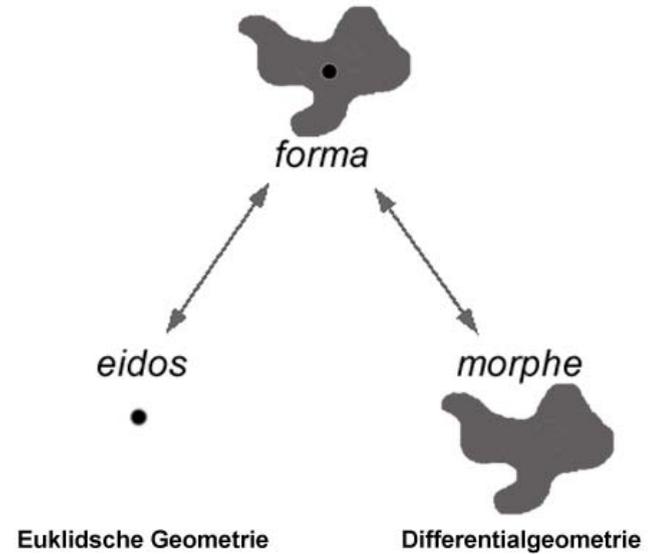
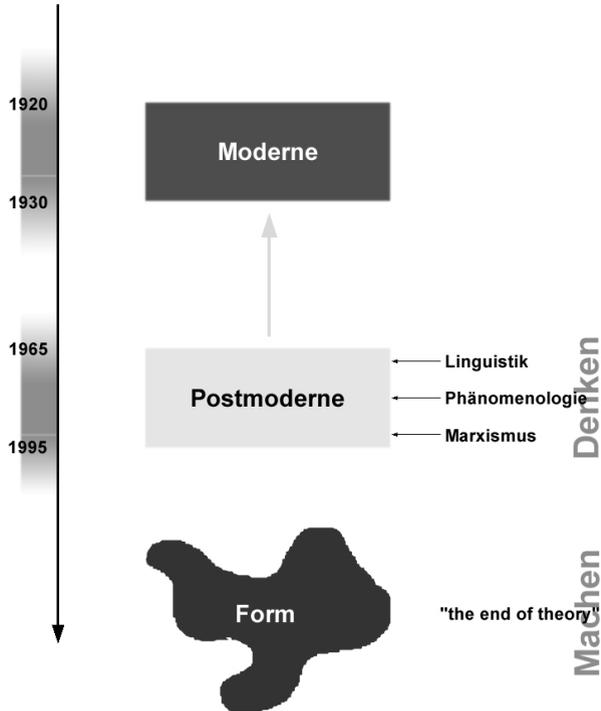
Greg Lynn: *Architectural Curvilinear*



Durch die Bezugnahme auf die Philosophie versucht Lynn den mathematischen Konstrukten der in der Software vorhandenen formgebenden Tools eine architektonische Relevanz zu geben. Seine gesamte Arbeit kann daher verstanden werden als ein Versuch, die Form als architektonisches Thema wieder neu zu aktivieren.



## Geometrische Spurensuche



These: in der Diskussion über die Mathematik in der Architektur zeigt sich der Wandel im architektonischen Denken

### Geometrische Spurensuche